

# Cevap Anahtarı

Adı Soyadı:

Numarası:

## 2019-2020 BAHAR DÖNEMİ HALKA TEORİSİ QUIZ SORULARI

1) (20p) Bir Boole halkasının bölüm halkasının da Boole halkası olduğunu gösteriniz.

$R$  Bir Boole Halkası ve  $I$   $R$ 'nin ideali olsun.  
 $R/I$  Bölüm halkasının her elemanının idempotent  
ve  $I$  Bölüm halkasının birimli olduğunu göstermeli.  
 $R$  birimli olduğundan  $R/I$  birimlidir. Ayrıca  
 $\forall a+I \in R/I$  için  $(a+I)(a+I) = (a^2+I) = a+I$   
olup  $R/I$  Boole Halkasıdır.

2) (80p)  $K = \left\{ \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \text{ ve } 5 \nmid b \right\}$  kümesi veriliyor. Rasyonel sayılarda tanımlı toplama ve çarpma işlemlerine göre  $(K, +, \cdot)$  bir halka olur mu?

H1)  $(K, +)$  değişmeli gruptur.

H2) çarpma işlemi birleşme özelliğine sahiptir.

H3)  $\forall \frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \in K$  için  $b \neq 0, d \neq 0, f \neq 0$  ve  $5 \nmid b, 5 \nmid d, 5 \nmid f$  dir.

$$\frac{a}{b} \left( \frac{c}{d} + \frac{e}{f} \right) = \frac{ac}{bd} + \frac{ae}{bf} \in K \text{ dir. Çünkü}$$

$$5 \nmid b, 5 \nmid d \Rightarrow 5 \nmid bd \quad \wedge \quad 5 \nmid b, 5 \nmid f \Rightarrow 5 \nmid b \cdot f \text{ dir.}$$

Rasyonel sayılarda çarpmanın toplama üzerine dağılım özelliği vardır.